

Semaine du 7 avril : Révisions d'analyse, Groupe symétrique
---

Pas de question de cours cette semaine, des exercices progressifs.

### Partie I - Révisions d'analyse

- Intégration
- Analyse asymptotique
- Équations différentielles

### Partie II - Groupe symétrique

*Note: compte tenu de sa difficulté, cette partie sera réservée aux candidats qui se révèlent les plus à l'aise au cours de l'heure de colle. En particulier, il est bien évident qu'on ne saurait commencer la colle par cette partie.*

- Groupe symétrique: notation  $\mathcal{S}_n$ . C'est un groupe pour  $\circ$ , non commutatif dès que  $n \geq 3$ . Support d'une permutation (il est stable), points fixes.
- Deux permutations à supports disjoints commutent.
- Orbite de  $x \in \llbracket 1, n \rrbracket$  par  $\sigma$ . Il existe  $p > 0$  minimal tel que  $\sigma^p(x) = x$ . De plus, l'orbite de  $x$  est exactement égale à  $\{x, \dots, \sigma^{p-1}(x)\}$ , et les  $\sigma^k(x)$  (pour  $0 \leq k \leq p-1$ ) sont deux à deux distincts.
- $p$ -cycle. Toute permutation se décompose d'une unique manière (à permutation près) comme produit de cycles à supports disjoints. La démonstration est non exigible, mais les étudiants doivent savoir effectuer une décomposition pratique.
- Transposition. Toute permutation se décompose en produit de transpositions.
- Il existe un unique morphisme  $\varepsilon : \mathcal{S}_n \rightarrow \{-1, 1\}$  qui vaut -1 sur les transpositions (démonstration non exigible). On l'appelle la signature.
- Signature d'un cycle.
- Permutation paire, impaire. Groupe alterné.

Morceau de la semaine: <https://www.youtube.com/watch?v=QTRAPejBz1U>

