Semaine du 23 septembre : logique, complexes

Attention, ce programme tient sur 2 pages.

Partie I - Logique

Cette partie n'est pas censée faire l'objet d'exercices à part entière, sauf peut-être les récurrences. Sinon, elle vise plutôt à donner aux élèves les outils de rigueur nécessaires aux autres parties du programme : preuve d'une implication, d'une équivalence, raisonnement par l'absurde, analyse / synthèse, résolution d'équation, etc.

Comme mentionné ci-dessus, on pourra également poser des exercices qui se résolvent par récurrence (simple ou forte).

Partie II - Nombres complexes

- Propriétés de base (la construction de $\mathbb{C}$ n'est pas exigible)
  - Écriture algébrique d'un nombre complexe, partie réelle, partie imaginaire, conjugaison. Comportement vis-à-vis de $+$ et $\times$.
  - Module. Comportement vis-à-vis de $\times$. Inégalité triangulaire. Définition de la colinéarité directe. Cas d'égalité de l'inégalité triangulaire.
  - Inégalité triangulaire généralisée. Inégalité triangulaire renversée.
  - Recherche d'une racine carrée sous forme algébrique.
- Trigonométrie
  - La construction de l'exponentielle complexe est pour l'instant admise. Elle sera vue en toute fin d'année dans le chapitre sur les séries.
  - Fonctions cosinus et sinus (elles sont définies à partir de l'exponentielle complexe). On admet qu'elles sont dérivables ainsi que la valeur de leurs dérivées. La construction de π est admise. L'étude des variations de cos et sin n'est pas exigible (mais les variations elles-mêmes sont à connaître !).
  - Formules trigonométriques. Formules de Moivre et d'Euler, développement et linéarisation.
  - Transformation des expressions $e^{i\theta} \pm 1$, de l'expression $\lambda \cos(\theta) + \mu \sin(\theta)$.
  - Fonction tangente.
  - Équations et inéquations trigonométriques. Pour les inéquations, un schéma propre servira de preuve.
  - Tout nombre complexe de module 1 peut s'écrire sous la forme $e^{i\theta}$.
  - Arguments d'un complexe non nul.
  - Nous avons adopté dans le cours la convention selon laquelle $\arg(z)$ désigne l'argument principal (c'est-à-dire l'unique argument dans $]-\pi, \pi]$) ; mais les élèves savent que cette convention n'a rien de standard, et qu'elle doit être signalée au colleur. Par ailleurs, la démonstration de l'existence et de l'unicité d'un tel argument est non exigible.
  - Racines n-èmes de l'unité. Tout complexe non nul admet exactement n racines n-èmes (dans $\mathbb{C}$). Détermination pratique dans certains cas.
  - Équation du second degré, relations coefficients-racines. Trouver deux complexes connaissant leur somme et leur produit.

- Formules sommatoires
  - Opérations usuelles sur les sommes et les produits (aucune démonstration n'est exigible).
  - Coefficients binomiaux, formule du binôme, formule de Bernoulli.
  - Sommes arithmétiques, géométriques.
  - Nombreux exemples vus en classe.
  - Attention, les sommes doubles n'ont pas été abordées.
- La géométrie n'est pas au programme de cette semaine.

Si le colleur souhaite poser une question de cours, celle-ci devra impérativement faire partie de la liste suivante.

i) Démonstration de l'inégalité triangulaire.

ii) Calcul concret (et raisonnable) d'un développement ou d'une linéarisation.

iii) Calcul concret (et raisonnable) d'une racine carrée sous forme algébrique.

iv) Soit $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ tel que $a^2 + b^2 = 1$. Alors $\exists \theta \in \mathbb{R}$, $\begin{cases} a = \cos(\theta) \\ b = \sin(\theta) \end{cases}$

v) Formule du binôme.

vi) Calcul de $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \cos(k\theta)$.

Morceau de la semaine : `https://www.youtube.com/watch?v=ihzaYhGhJ2E`