# Semaine du 7 octobre : Ensembles, révisions d'analyse

**Partie I - Ensembles et applications**

- Tout le début du chapitre à revoir (cf. programme de la semaine dernière).
- Familles quelconques. Cas d'une famille de parties d'un ensemble : généralisation des résultats précédents sur les opérations ensemblistes, les images directes et les images réciproques.
- Ensembles finis.
  - Principe des tiroirs, version restreinte : si $f : [\![1, n]\!] \to [\![1, p]\!]$ est injective, alors $n \leq p$.
  - Corollaire : si $[\![1, n]\!]$ et $[\![1, p]\!]$ sont équipotents, alors $n = p$. Définition d'un ensemble fini, du cardinal d'un tel ensemble.
  - Principe des tiroirs, version générale : soit $E$ et $F$ des ensembles finis. Si $f : E \to F$ est injective, alors $|E| \leq |F|$.
  - Indexation d'un ensemble fini.
  - Les résultats théoriques suivants sur les ensembles finis ont été vus et doivent être connus : $A \subset E$, $A \cup B$, $E \times F$, $F^E$, $\mathcal{P}(E)$. Attention, pour l'instant, toutes les démonstrations sont admises.
  - Soit $E$ et $F$ finis de même cardinal, et $f : E \to F$. Alors $f$ est injective ssi elle est surjective ssi elle est bijective.

**Partie II - Révisions de lycée (et plus si affinités)**

- Résolution d'équations et d'inéquations réelles. Discussion sur des paramètres, résolution par changement de variable, etc.
- On accordera une importance toute particulière à la rigueur des élèves pendant la résolution : savoir dire si une condition est nécessaire, suffisante, savoir déterminer un domaine de définition, etc.
- La fin de ce programme de colle n'est là qu'en "soutien" pour les exercices d'application numérique. Aucun résultat théorique général ne saurait être exigible à ce stade de l'année.
  - Tableaux de signes, tableaux de variations. Dérivée d'une composée.
  - Comment agir sur le graphe d'une fonction par translation, dilatation, symétrie.
  - Systèmes linéaires.
    - Résolution d'un système par la méthode du pivot de Gauss.
    - Variables principales, variables auxiliaires. Compatibilité d'un système.

**Partie III - Shortlist (questions de cours)**

i) Soit $E$ et $I$ des ensembles, et $(A_i)_{i\in I} \in \mathcal{P}(E)^I$. Alors

$$\begin{cases} \overline{\bigcup_{i\in I} A_i} = \bigcap_{i\in I} \overline{A_i} \\ \\ \overline{\bigcap_{i\in I} A_i} = \bigcup_{i\in I} \overline{A_i} \end{cases}$$

ii) Soit $E$ et $I$ des ensembles, $A \in \mathcal{P}(E)$ et $(B_i)_{i\in I} \in \mathcal{P}(E)^I$. Alors

$$\begin{cases} A \cap \left( \bigcup_{i\in I} B_i \right) = \bigcup_{i\in I} (A \cap B_i) \\ \\ A \cup \left( \bigcap_{i\in I} B_i \right) = \bigcap_{i\in I} (A \cup B_i) \end{cases}$$

iii) Soit $E$ et $F$ deux ensembles, et $f : E \to F$. Soit $I$ un ensemble et $(B_i)_{i\in I} \in \mathcal{P}(F)^I$. Alors

$$\begin{cases} f^{-1} \left( \bigcup_{i\in I} B_i \right) = \bigcup_{i\in I} f^{-1}(B_i) \\ \\ f^{-1} \left( \bigcap_{i\in I} B_i \right) = \bigcap_{i\in I} f^{-1}(B_i) \end{cases}$$

iv) Soit $n, p \in \mathbb{N}$ et $f : [\![1, n]\!] \to [\![1, p]\!]$. Si $f$ est injective, alors $n \leq p$.

v) Soit $E$ et $F$ finis de même cardinal, et $f : E \to F$. Alors $f$ est injective ssi elle est surjective ssi elle est bijective.

vi) Un petit système linéaire à résoudre.

Morceau de la semaine : `https://www.youtube.com/watch?v=NzUMfVpugq4`